第 9 卷 第 2 期
2004 年 2 月

中国图象图形学报
Journal of Image and Graphics

Vol. 9, No. 2
Feb. 2004



# 一种新的图像特征抽取方法研究

吴小俊[1),2),3)] 杨静宇[2)] 王士同[1),2)] 刘同明[1)]

1)(华东船舶工业学院计算机系，镇江 212003) 2)(南京理工大学信息学院计算机系，南京 210094)

3)(中国科学院机器人学开放研究实验室，沈阳 110015)

**摘 要** 对最佳鉴别矢量的求解方法进行了研究，根据矩阵的分块理论和优化理论，在一定的条件下，从理论上得到类间散布矩阵和总体散布矩阵的一种简洁表示方法，提出了求解最佳鉴别矢量的一种新算法。该算法的优点是计算量明显减少。ORL 人脸数据库的数值实验，验证了上述论断的正确性。实验结果表明，虽然识别率与分块维数之间存在非线性关系，但可以通过选择适当的分块维数来获得较高的识别率。类间散布矩阵和总体散布矩阵的一种简洁表示方法适合于一切使用 Fisher 鉴别准则的模式识别问题。

**关键词** 模式识别 特征抽取 鉴别分析 广义最佳鉴别矢量集 人脸识别

**中图法分类号**：TP391.4 **文献标识码**：A **文章编号**：1006-8961(2004)02-0129-05

## A Study on a New Method of Feature Extraction

WU Xiao-jun[1),2),3)], YANG Jing-yu[2)], WANG Shi-tong[1),2)], LIU Tong-ming[1)]

1)(*Dept. of Computer Science, East China Shipbuilding Institute, Zhenjiang* 212003)

2)(*School of Information, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing* 210094)

3)(*Robotics Laboratory, Chinese Academy of Science, Shenyang* 110015)

**Abstract** A study has been made on the algorithm of solving optimal set of discriminant vectors in this paper. A concise representation method of between-class scatter matrix and population scatter matrix is proposed theoretically based on theories of blocking matrix and optimization under certain conditions. A new algebraic method of feature extraction is presented. The most obvious advantage of the proposed algorithm is that the computation time decreases drastically. The statement is supported by the numerical simulation experiments on facial database of ORL. The experimental results indicate that high recognition rate can be obtained through the appropriate selection of the dimension of block matrix although there exists nonlinear relationship between recognition rate and dimension of block matrix. The proposed concise representation method of scatter matrix suits for all the applications of pattern recognition using Fisher criteria.

**Keywords** pattern recognition, feature extraction, discriminant analysis, generalized optimal set of discriminant vectors, face recognition

## 1 引 言

人脸识别是模式识别研究领域的重要课题，目前是一个非常活跃的研究方向[1]。如同人的指纹一样，人脸也具有唯一性，即使一对双胞胎其脸部也存在某些方面的差异，因此人脸可用来鉴别一个人的身份。人脸识别技术在商业、司法、监控和视频检索等其他领域有着广泛的应用[1]。在过去的 30 多年中，人脸的机器识别领域引起了不少学者的关注，但目前该领域在全世界范围内仍处于实验室阶段[1~15]。Turk 和 Pentland 提出了基于 KL 变换的

基金项目：国家自然科学基金课题(60072034)；中国科学院机器人学开放实验室基金课题(RL200108)；江苏省高校自然科学研究计划项目(01KJB520002)；江苏省自然科学基金课题(BK2002001)；图像处理与图像通信实验室开放基金项目(IPICL0304)

收稿日期：2002-03-22；改回日期：2003-09-03

特征脸方法[2,3]。洪子泉和杨静宇认为图像的代数特征反映了图像的内在属性，提出了人脸图像的奇异值特征[4~6]，接着 Cheng 等人提出了基于相似鉴别函数的人脸图像的特征抽取方法[7]。此外，人工神经网络[8]、HMM 方法[9]和小波变换[10]在人脸识别研究中都得到很广泛的应用，出现了不少人脸识别的新方法[11~14]。基于代数特征的人脸识别方法研究是人脸识别研究的主流。传统方法在求解最优鉴别矢量集方法的一个共同点是孤立地求解各个最优鉴别矢量，即每个最优鉴别矢量分别在某子空间中使 Fisher 鉴别函数达到最大值，或者说，在每个最优鉴别矢量生成的空间中，模式的类间距离达到最大，类内距离达到最小，而没有从整体上考虑经过最优鉴别变换后模式的类内与类间距离。针对这种情况，Liu 和 Yang 等人在求解各个最佳鉴别矢量时结合考虑已求得的鉴别矢量，将求得的鉴别矢量集看作一个整体变换，使模式在这些最佳鉴别矢量生成的空间中类间距离最大，类内距离最小，因而具有更好的可分性[12]。他们将得到的鉴别矢量称为广义最佳鉴别矢量。

文献[13]提出了广义最佳鉴别矢量的严格定义，并给出了一种迭代算法，文献[15]提出了求解广义最佳鉴别矢量集的分析算法。本文根据矩阵的分块理论和优化理论，从理论上得到类间散布矩阵和总体散布矩阵的一种简洁表示方法，得到了一种求解最佳鉴别矢量的新算法。

## 2 Fisher 最佳鉴别准则

设 $w_1, w_2, \cdots, w_m$ 为 $m$ 个模式类，$X=\{x_i\}(i=1,2,\cdots,N)$ 为 $n$ 维训练样本集，$X$ 中的每一个 $x_i$ 属于 $w_j$ 类，即 $x_i \in w_j (i=1,2,\cdots,N; j=1,2,\cdots,m)$。类间散布矩阵为 $S_b$、类内散布矩阵为 $S_w$ 和总散布矩阵为 $S_t$。

由散布矩阵，Fisher 鉴别函数可定义为

$$J(\varphi) = \frac{\varphi^T S_b \varphi}{\varphi^T S_w \varphi} \tag{1}$$

其中，$\varphi$ 为任一 $n$ 维列矢量。使函数 $J(\varphi)$ 达到最大值的矢量 $\varphi_1$ 为 Fisher 最佳鉴别方向，训练样本在方向 $\varphi_1$ 上的投影集在一维子空间 span$\{\varphi_1\}$ 中有最小的类内距离和最大的类间距离。

设 $\varphi_1$ 是 Foley-Sammon 最佳鉴别矢量集的第 1 个矢量，则 Foley-Sammon 最佳鉴别矢量集的第 $i$ 个鉴别矢量 $\varphi_i (1<i\leqslant r)$ 可以由解下列问题计算得到。

$$\max_{\substack{\varphi_j^T \varphi_i = 0 \\ \|\varphi_i\| = 1}} (J(\varphi_i)) \quad j = 1, \cdots, i-1 \tag{2}$$

设 $S=\{\varphi_i\}(i=1,2,\cdots,r)$。由 Foley-Sammon 最佳鉴别矢量集可以构成线性变换

$$y = \psi^T x \tag{3}$$

其中

$$\psi = (\varphi_1, \varphi_2, \cdots, \varphi_r) \tag{4}$$

在 Foley-Sammon 的方法中矩阵 $S_w^{-1} S_b$ 的最大特征值对应的特征矢量被作为第 1 个最佳鉴别矢量 $\varphi_1$。

**定理 1** 在求解最佳鉴别矢量集时，Fisher 鉴别函数 $\bar{J}(\varphi) = \frac{\varphi^T S_b \varphi}{\varphi^T S_t \varphi}$ 可以用函数代替[14]。

## 3 一种简洁的散布矩阵表示方法

由于图像矩阵的维数较高，从而导致 Fisher 鉴别准则函数的计算量很大，因此，寻找一种较简洁的、类间散布矩阵为 $S_b$ 和总散布矩阵为 $S_t$ 的表示方法很有意义。

利用矩阵分块技术，令

$$S_b = \begin{pmatrix} S_{b11} & S_{b12} \\ S_{b21} & S_{b22} \end{pmatrix} \quad S_t = \begin{pmatrix} S_{t11} & S_{t12} \\ S_{t21} & S_{t22} \end{pmatrix} \quad \varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{J}(\varphi) &= \frac{\varphi^T S_b \varphi}{\varphi^T S_t \varphi} \\ &= \frac{\varphi_1^T S_{b11} \varphi_1 + \varphi_2^T S_{b21} \varphi_1 + \varphi_1^T S_{b12} + \varphi_2^T S_{b22} \varphi_2}{\varphi_1^T S_{t11} \varphi_1 + \varphi_2^T S_{t21} \varphi_1 + \varphi_1^T S_{t12} + \varphi_2^T S_{t22} \varphi_2} \\ &= \frac{C}{D} \end{aligned}$$

为了求函数 $\bar{J}(\varphi)$ 达到最大值的矢量为 Fisher 最佳鉴别方向，分别求 $\bar{J}(\varphi)$ 对 $\varphi_1$ 和 $\varphi_2$ 的导数

$$\frac{\partial \bar{J}(\varphi)}{\partial \varphi_1} = 2 \times \frac{(S_{b11}\varphi_1 + 2S_{b12}\varphi_2)D - C(S_{t11}\varphi_1 + 2S_{t12}\varphi_2)}{D^2}$$

$$\frac{\partial \bar{J}(\varphi)}{\partial \varphi_2} = 2 \times \frac{(S_{b22}\varphi_2 + 2S_{b12}\varphi_1)D - C(S_{t22}\varphi_2 + 2S_{t12}\varphi_1)}{D^2}$$

分别令以上两个导数为 0，得

$$(S_{b11} - \lambda S_{t11})\varphi_1 + 2(S_{b12} - \lambda S_{t12})\varphi_2 = 0 \tag{5}$$

$$(S_{b22} - \lambda S_{t22})\varphi_2 + 2(S_{b12} - \lambda S_{t12})\varphi_1 = 0 \tag{6}$$

将 $\varphi_1^T$ 左乘式(5)减去将 $\varphi_2^T$ 左乘式(6)后得到

$$\varphi_1^T (S_{b11} - \lambda S_{t11})\varphi_1 - \varphi_2^T (S_{b22} - \lambda S_{t22})\varphi_2 = 0 \tag{7}$$

需要注意的是，式(7)成立是有条件的，即要求矩阵 $(S_{b12} - \lambda S_{t12})$ 是对称矩阵。

若令 $S_b' = \begin{pmatrix} S_{b11} & 0 \\ 0 & -S_{b22} \end{pmatrix}$，$S_t' = \begin{pmatrix} S_{t11} & 0 \\ 0 & -S_{t22} \end{pmatrix}$，则可将式(7)转化为

$$\varphi^{T}S_b'\varphi = \lambda\varphi^{T}S_t'\varphi$$

即

$$\lambda = \frac{\varphi^{T}S_b'\varphi}{\varphi^{T}S_t'\varphi} \tag{8}$$

式(8)表明，在矩阵$(S_{b12}-\lambda S_{t12})$是对称矩阵的条件下，分别用 $S_b'$ 和 $S_t'$ 来代替 $S_b$ 和 $S_t$ 后并不影响 Fisher 准则函数 $\bar{J}(\varphi)$的取值。然而 $S_b'$ 和 $S_t'$ 均为分块对角矩阵，这样替换后，计算量将大幅度下降。

根据以上分析得到以下结论：

**定理 2**　在求解最佳鉴别矢量集时，若$(S_{b12}-\lambda S_{t12})$是对称矩阵，则 Fisher 鉴别函数可以用函数 $\bar{J}(\varphi)=\dfrac{\varphi^{T}S_b'\varphi}{\varphi^{T}S_t'\varphi}$代替，其中

$$S_b=\begin{pmatrix} S_{b11} & S_{b12} \\ S_{b21} & S_{b22}\end{pmatrix} \quad S_t=\begin{pmatrix} S_{t11} & S_{t12} \\ S_{t21} & S_{t22}\end{pmatrix}$$

$$S_b'=\begin{pmatrix} S_{b11} & 0 \\ 0 & -S_{b22}\end{pmatrix} \quad S_t'=\begin{pmatrix} S_{t11} & 0 \\ 0 & S_{t22}\end{pmatrix}$$

## 4　利用子空间的方法求解最佳鉴别矢量集

**定理 3**　设 $A$ 为一非负定矩阵，$x$ 为一 $n$ 维列矢量，则 $x^{T}Ax=0$，当且仅当 $Ax=0$[14]。

**定理 4**　设 $S_t^{-1}(0)=\{x \mid S_t x=0, x\in \mathbf{R}^n\}$，$\overline{S_t^{-1}}(0)$为 $S_t^{-1}(0)$的正交补空间，则第 1 个最佳鉴别矢量 $\tilde{\varphi}_1$ 可在$\overline{S_t^{-1}}(0)$中选取[14]。

由定理 3 和定理 4，文献[14]给出了计算 Fisher 最佳鉴别矢量集的子空间方法：

(1)计算第 1 个最佳鉴别矢量 $u_1$

设

$$S_t^{-1}(0) = \mathrm{span}\{\varphi_1,\cdots,\varphi_{n_1}\}$$

$$\overline{S_t^{-1}}(0) = \mathrm{span}\{\beta_1,\cdots,\beta_{n-n_1}\}$$

其中，$\varphi_1,\cdots,\varphi_{n_1},\beta_1,\cdots,\beta_{n-n_1}$为单位正交矢量。

若 $S_t$ 非奇异，即 $n_1=0$，则 $u_1$ 为矩阵 $S_t^{-1}S_b$ 的最大特征值对应的单位特征矢量；

若 $S_t$ 奇异，即 $n_1>0$，则由定理 4 可知，可从$\overline{S_t^{-1}}(0)$中选取 $u_1$，即令 $\alpha=z_1\beta_1+\cdots+z_{n-n_1}\beta_{n-n_1}=PZ$，其中 $P=(\beta_1,\cdots,\beta_{n-n_1})$，$Z=(z_1,\cdots,z_{n-n_1})^{T}$ 代入式(8)得

$$\bar{J}(\alpha) = \frac{\alpha^{T}S_b\alpha}{\alpha^{T}S_t\alpha} = \frac{Z^{T}P^{T}S_bPZ}{Z^{T}P^{T}S_tPZ}$$

因为对任意非零矢量 $Z\in \mathbf{R}^{n-n_1}$，$\alpha\in\overline{S_t^{-1}}(0)$，且 $\alpha\neq 0$，所以 $Z^{T}P^{T}S_tPZ=\alpha^{T}S_t\alpha>0$。

故 $P^{T}S_tP$ 是正定的，设 $Z$ 为矩阵$(P^{T}S_tP)^{-1}(P^{T}S_bP)$最大特征值对应的特征矢量，则 $u_1=\dfrac{PZ_1}{\|PZ_1\|}$。

(2)计算第 $i$ 个最佳鉴别矢量 $u_i$

设 $u_1,\cdots,u_{i-1}$为已求得的 $i-1$ 个最佳鉴别矢量，$V_i=\mathrm{span}\{\varphi_1,\cdots,\varphi_{n_1},u_1,\cdots,u_{i-1}\}$，显然 $\varphi_1,\cdots,\varphi_{n_1},u_1,\cdots,u_{i-1}$为单位正交矢量。令$\overline{V_i}=\mathrm{span}\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_{n-n_1-i+1}\}$为 $V_i$ 的正交补空间，其中 $\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_{n-n_1-i+1}$为单位正交矢量，从$\overline{V_i}$中选取 $u_i$，则 $u_i$ 一定与 $u_1,\cdots,u_{i-1}$正交，令

$$\alpha=z_1\theta_1+z_2\theta_2+\cdots+z_{n-n_1-i+1}\beta_{n-n_1-i+1}=P_iZ_i$$

其中，$P_i=(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_{n-n_1-i+1})$，$Z_i=(z_1,z_2,\cdots,z_{n-n_1-i+1})^{T}$ 代入 $\bar{J}(\alpha)$得

$$\bar{J}(\alpha)=\frac{\alpha^{T}S_b\alpha}{\alpha^{T}S_t\alpha}=\frac{Z_i^{T}P_i^{T}S_bP_iZ_i}{Z_i^{T}P_i^{T}S_tP_iZ_i}$$

显然，矩阵 $P_i^{T}S_tP_i$ 是非奇异的。

设 $Z_i$ 是矩阵$(P_i^{T}S_tP_i)^{-1}(P_i^{T}S_bP_i)$最大特征值对应的特征矢量，则 $u_i=P_iZ_i/\|P_iZ_i\|$。

根据定理 2，可以分别用 $S_b'$ 和 $S_t'$ 来代替 $S_b$ 和 $S_t$，然后，再用上述子空间方法来求解最佳鉴别矢量集，从而得到一种新的求解最佳鉴别矢量集的算法。

## 5　实验结果

为了验证本文方法的有效性，在 ORL 人脸图像库做了各种比较实验，ORL 库由 40 人的脸部图像组成，每人 10 幅 92×112 的图像，其中有些图像拍摄于不同的时期；人脸脸部表情与脸部细节有变化，如笑或不笑、眼睛睁着或闭着、戴或不戴眼镜；人脸姿态有变化，深度旋转与平面旋转可达到 20°；人脸的尺度也有最多 10%的变化。从 ORL 人脸图像库中分别取出若干个人的脸部图像(92×112)，计算中取每人的 4 幅图像训练，全部图像作为检验样本。分别用文献[14]中的算法和本文的方法抽取广义最佳鉴别矢量，并在鉴别矢量空间构造最小距离分类器进行分类。以上实验均在 PⅣ 1.4G、128M 内存的微机上完成。图 1 为用于实验的部分人脸图像。

把矩阵 $S_b$ 的子矩阵 $S_{b11}$的行数称为分块维数。表 1 为两种算法在分块维数为 98 时的实验结果比较。图 2 给出了识别 40 类人脸时的错误识别个数与分块维数间的关系。

图 1　ORL 图像库部分图像

表 1　两种算法性能的比较

| 类数 | 鉴别矢量数 | 训练样本数 | 文献[14]的方法 识别错误数 | 文献[14]的方法 时间(s) | 本文的方法 识别错误数 | 本文的方法 时间(s) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 18 | 17 | 4 | 19 | 23.89 | 18 | 4.89 |
| 20 | 19 | 4 | 33 | 24.44 | 30 | 5.99 |
| 23 | 22 | 4 | 41 | 21.86 | 37 | 7.75 |
| 25 | 24 | 4 | 57 | 20.21 | 36 | 9.61 |
| 28 | 27 | 4 | 77 | 15.27 | 43 | 9.56 |
| 30 | 29 | 4 | 64 | 14.12 | 43 | 11.15 |
| 33 | 32 | 4 | 66 | 16.48 | 48 | 13.40 |
| 35 | 34 | 4 | 92 | 19.01 | 61 | 18.61 |
| 38 | 37 | 4 | 85 | 21.31 | 64 | 18.51 |
| 40 | 39 | 4 | 92 | 23.95 | 73 | 21.53 |

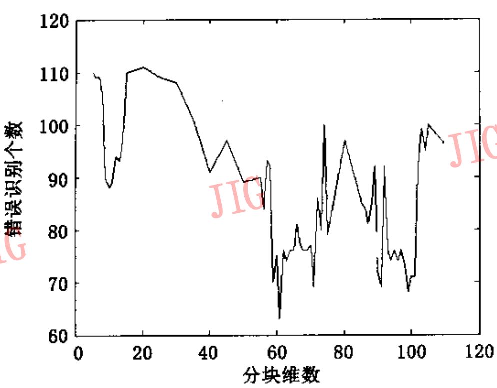


图 2　错误识别个数与分块维数间的关系

图 2 表明，并非所有情况下本文算法的识别率都优于文献[14]的方法。由表 1 知道文献[14]的方法在识别 40 类人脸时的错误识别个数为 92，而且，当分块维数为 61 时的错误识别个数仅为 63。从图 2 还可以看出，识别率与分块维数之间存在非线性关系，可以通过适当选择分块维数来获得较高的识别率。尽管人们在不断地寻求识别率与特征之间的关系，但是到目前为止，它仍是模式识别理论中一个尚未解决的问题。

## 6　结　论

通过对广义最佳鉴别矢量求解算法进行研究，根据矩阵的分块理论，在一定的条件下，从理论上得到了类间散布矩阵和总体散布矩阵的一种简洁表示方法，以此为基础提出了求解最佳鉴别矢量的一种新方法。

通过 ORL 人脸数据库的数值实验，验证了该算法的有效性。其适合于所有使用 Fisher 鉴别准则的模式识别问题。但由于这种散布矩阵的简洁表示方法是在一定的条件下得到的，因此其有一定的局限性。

识别率与分块维数之间的关系，识别率与特征之间的关系是今后需进一步研究的内容。

## 参 考 文 献


1　Rosenfeld A. Survey: Image analysis and computer vision[J]. Computer Vision and image Understanding, 1997, **62**(1): 33～93.

2　彭辉，张长水，荣钢等. 基于 K-L 变换的人脸自动识别方法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1997, **37**(3): 67～70.

3　Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition [J]. J. Cognitive Neuroscience, 1991, **3**(1): 71～86.

4　Hong Z Q. Algebraic feature extraction of image for recognition

[J]. Pattern Recognition, 1991,**24**(3): 211～219.
5 洪子泉, 杨静宇. 用于图像识别的图像代数特征抽取[J]. 自动化学报, 1992,**18**(2):232～238.
6 洪子泉,杨静宇. 基于奇异值特征和统计模型的人像识别算法[J]. 计算机研究与发展, 1994,**31**(3): 60～65.
7 Cheng Y Q, Yang J Y, *et al*. A novel feature extraction method for image recognition based on similar discrminant function [J]. Pattern Recognition, 1993,**26**(1): 115～125.
8 Rowley H A, Baluja S, Kanade T. Neural network-based face detection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1998,**20**(1): 25～38.
9 Yoon K S, *et al*. Hybrid approaches to frontal view face recognition using the hidden Markov model and neural network [J]. Pattern Recognition, 1998,**31**(3): 283～293.
10 高西奇,周洪祥,何振亚. 基于小波变换的主元分析人脸图象识别[J]. 东南大学学报, 1996,**26**(2):137～141.
11 Tian Q. Comparison of statistical pattern-recognition algorithms for hybrid processing, Ⅱ: eigenvector-based algorithm [J]. Journal of the Optical Society of America, 1988,**5**(10):1670～1672.
12 Liu K, Yang J Y, *et al*. A generalized optimal set of discriminant vectors [J]. Pattern Recognition, 1992, **25** (7): 731～739.
13 郭跃飞,杨静宇. 求解广义最佳鉴别矢量的一种迭代算法及人脸识别[J]. 计算机学报,2000,**23**(11):1189～1195.
14 Liu K, Yang J Y, *et al*. An efficient algorithm for Foley-Sammon optimal set of discriminant vectors by algebraic method [J]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 1992,**6**(5):817～829.
15 Wu Xiaojun, Yang Jingyu, Wang Shitong, *et al*. A new algorithm for solving the optimal discriminant vectors [J]. J. Computer Science and Technology, 2002,**19**(3):324～331.

**吴小俊**　1967 年生,博士,副教授,1991 年于南京师范大学数学专业获学士学位,1996 年于南京理工大学弹道学专业获工学硕士学位,2002 年于南京理工大学模式识别与智能系统专业获工学博士学位,2003 年 8 月至今为英国 Surrey 大学电子工程系博士后。主要从事神经网络、模式识别和人工智能的研究。

**杨静宇**　1941 年生,教授,博士生导师,1965 年毕业于原哈尔滨军事工程学院指挥仪专业,曾在美国、加拿大和欧洲的多所大学作访问教授。主要研究领域为计算机视觉、信息融合、模式识别和智能机器人等。

**王士同**　1964 年生,教授,博士生导师,1982 年于南京航空航天大学计算机专业获学士学位,1988 年于南京航空航天大学计算机专业获硕士学位,曾在英国,日本和香港的多所大学作访问教授。主要从事神经网络、模糊系统和模糊人工智能的研究。

**刘同明**　1947 年生,教授,1970 年毕业于哈尔滨工业大学地面检测与控制专业。主要从事信息融合、数据挖掘和模式识别等方面的研究。